

Umesto pomena In Memoriam

Profesor [Martin Davis](#), poznati američki matematičar, logičar i kompjuterski naučnik, preminuo je 1. januara 2023 godine u 95-toj godini. Nekoliko sati nakon njega preminula je i njegova supruga Virdžinija, tekstilna umetnica, sa kojom je bio u braku 71 godinu.

Imao sam izuzetnu sreću i čast da budem njegov student-postdiplomac, na Courant Institutu za matematiku, New York Univerzitetu, školske 1981/82. godine. Tokom dva semestra slušao sam prof. Davisa na predmetu "Theory of computation".

Bilo je to izuzetno iskustvo i najbolji primer Kurt Lewin-ove misli da "nema ništa praktičnije od dobre teorije". A profesor Davis je svoju teoriju prenosio studentima na izvanredan način.

Meni, maldom i neustrašivom, kao uostalom i mnogo pametnijim od mene, nije išlo u glavu kako je moguće da postoje nerešivi problemi. Setite se samo Hilbertovog poklika da su svi problemi rešivi, jer "Wir müssen wissen" i "Wir werden wissen" (reči koje su uklesane na njegovom grobu).

Mora da sam bio jako dosadan kada sam nakon svake njegove tvrdnje da neki problem nije algoritmski rešiv pitao "A šta ako neko ipak zna rešenje". Profesor Davis je strpljivo obrazlagao svaku svoju tvrdnju. a u monografiji koja je pratila predavanja pokazao da čak i kada imamo neku sveznalicu (oracle) koja nam pomaže pri rešavanju problema, čak i tada postoje nerešivi problemi.

Na kraju drugog semestra profesor Davis me pozvao u svoj kabinet na kraći razgovor. Pitao me je šta dalje nameravam. Rekao sam da se vraćam u Jugoslaviju. Imam i danas neki neodređen osećaj da sam tada propustio priliku za neki važan potez u svom životu a naročito u daljem radu.

Teorija koju nam je izlagao profesor Davis dokazivala je ekvivalentnost različitih delova matematike kada je u pitanju izračunljivost (computability). Formalni jezici, rekurzivne funkcije i automati su samo različiti oblici jednog te istog koncepta - algoritamskog rešavanja problema.

Ovde bih na minut zastao da odam poštu svom najboljem profesoru, a onda bih prepustio njemu da sam izloži svoj naučni i životni credo. Slava mu i hvala!

Intervju s Martinom Davisom

(Objavljen u "[Notices of AMS, 2007 Volume 55, Number 5](#))

Martin Davis jedan je od najistaknutijih svetskih logičara. Rođen je 1928. u New Yorku, gde je pohađao City College i bio pod uticajem [Emila L. Posta](#). Davis je rano očarao [Hilbertov](#) deseti problem: Postoji li algoritam koji može odlučiti da li postoji rešenje proizvoljne Diofantove jednačine?

Davisova doktorska disertacija, na Univerzitetu u Princetonu pod vođstvom [Alonza Churcha](#), sadržala je hipotezu koja bi, ako je istinita, implicirala da je Hilbertov deseti problem nerešiv. Grubo rečeno, hipoteza je tvrdila da se svaki kompjuter može simulirati nekom Diofantovom jednačinom. Implikacije ove pretpostavke učinile su se mnogima nevjerojatnim i dočekana je s dosta skepse; na primer, pretpostavka implicira da su prosti brojevi pozitivni dio opsega Diofantovog polinoma.

Radovi Davisa, Hilary Putnam i Julije Robinson tokom 1950-ih i 1960-ih napravili su dobar korak u dokazivanju gornje hipoteze. Posljednji dio slagalice došao je s radom Jurija Matijaseviča 1970.

Rezultirajuća teorema obično se naziva DPRM ili MRDP (Matijasevič favorizira prvi, a Davis drugi). Iz nje odmah sledi nerešivost Hilbertovog desetog problema.

Davis je bio jedan od najranijih programera kada je početkom 1950-ih počeo programirati na računaru ORDVAC na Univerzitetu Illinois.

Njegova knjiga *Computability and Unsolvability* [3] prvi put se pojavila 1958. i postala je klasikom teorijske računarske nauke.

Nakon promenljive rane karijere koja je uključivala rad u Bell Laboratorijama u doba Claudea Shannona i u RAND Corporation, Davis se skrasio na New York Univerzitetu, gde je proveo trideset godina i pomogao u osnivanju departmana za kompjuterske nauke. Povukao se s NYU 1996. i preselio u Berkeley, Kalifornija, gde živi sa suprugom Virginijom, koja je tekstilna umjetnica.

Davis ima veliko interesovanje za istoriju, a 2000. objavio je popularnu knjigu *The Universal Computer* [4], koja prati deo istorije o računarstvu od Leibniza do Turinga (knjiga se takođe pojavila pod imenom *Engines of Logic*; recenzirao ga je Brian Blank u izdanju *Notices AMS* iz maja 2001.).

Ono što sledi je uređeni tekst intervju s Martinom Davisom, koji je u septembru 2007. vodio viši autor *Noticesa* i zamjenik urednika Allyn Jackson.

Rane godine

Pitanje: Želeo bih da počnem od početka vašeg života. Možete li mi reći nešto o svojoj porodici? Jeste li bili jedinač?

Davis: Imao sam mlađeg brata koji je umro u detinjstvu. On je imao 8, a ja 13 godina.

Pitanje: To je moralo biti jako teško vašoj porodici.

Davis: Bilo je poražavajuće. Moji su roditelji odrasli u Poljskoj; bili su poljski Jevreji. Poznavali su se ovlaš u Lodzu, ali su se ponovno sreli u New Yorku i venčali. Jako nas je pogodila Velika depresija i bili smo stvarno prilično siromašni. Neko smo vreme primali ono što se tada zvalo "kućna pomoć", a kasnije socijalna pomoć. Išao sam u školu u državnom školskom sistemu New Yorka, pohađajući srednju kolu u Bronx-u. Kasnije sam otišao na City College gde je školarina bila besplatna. Uopšte nisam bio sportski građen dečak. Bio sam dečak sklon knjigama. I puno su me tukli atletski građeni dečaci! Rano sam se zainteresovao za nauku. Želeo sam da budem paleontolog, zatim fizičar, a na kraju sam se zaljubio u matematiku.

Pitanje: Koji su bili vaši rani uticaji kao deteta ili tinejdžera koji su vas gurnuli prema matematici i nauci? Jesu li to bili učitelji ili knjige?

Davis: Sigurno je bilo više knjiga. Pročitao sam Bellovu Kraljicu nauke, a oduševila me još jedna knjiga koju sam, kao zreo matematičar, smatrao prilično groznom, Matematika i mašta, od Kasnera i Newmana. U srednjoj školi sam upoznao mnogo dečaka koji su imali slična interesovanja i dobro smo se slagali. Zatim na City Collegeu, bilo je dvoje ljudi koji su imali veliki uticaj na mene. Jedan je bio Emil L. Post, koji je bio izvrstan logičar i vrlo je direktno utjecao na tok mog rada, i Bennington Gill, koji je zaista bio vrlo inspirativan učitelj, iako je njegova matematička produktivnost gotovo završila s njegovom disertacijom.

Pitanje: Vaši su vas roditelji podsticali da se obrazujete.

Davis: O da, to se podrazumevalo u jevrejskim porodicama u Bronxu. Zamišljali su da ću postati lekar ili advokat i nisu znali što da rade o smeru u kojem idu moja interesovanja. Jednostavno nisu znali što je to i bili su zabrinuti da ću umreti od gladi u potkrovlju! I naravno, akademska karijera za Jevrejina u Americi bila je vrlo teška stvar pre rata. To se dramatično promenilo posle rata.

Pitanje: Možemo li se vratiti na srednju školu u Bronxu? Kako je bilo biti tamo čak u to vreme?

Davis: Bilo je to tokom Drugog svetskog rata i to je dominiralo atmosferom na mnogo načina. Direktor je otišao u Washington i razgovarao s raznim ljudima u vladi i vratio se s idejom o onome što se zvalo "kursevi pre uvođenja u posao", kako bi se modifikovao nastavni plan i program u smeru predmeta koji bi bili korisni kad nas uzmu u vojsku, što će, pretpostavljalo se, i biti. Tako su, na primer, optika i akustika izbrisani kao teme iz kurikuluma fizike, a ono što je ubačeno da ih zamieni bilo je mnogo više rada na kolima naizmenične struje i sličnim stvarima. Rečeno nam je da su to vrlo značajne stvari i da će nam se velika pažnja posvetiti kada budemo u vojsci zbog činjenice da smo imali te kurseve - što je naravno bila velika besmislica. Fakultetski savetnik za Matematički klub smatrao je da bismo trebali raditi stvari koje su korisnije, pa smo odjednom proveli semestar pričajući o navigaciji i sfernoj trigonometriji.

Pitanje: Jeste li smatrali navigaciju zanimljivom?

Davis: Bilo mi je dosadno! Sećam se da sam održao govor o "dead reckoning" metodi, što je bila tehnika koju je Kolumbo koristio. Jedno vreme sam bio i predsednik Astronomskog kluba.

Pitanje: Očito ste bili vrlo motivisani za obrazovanje. Koliko su vaši roditelji imali obrazovanje?

Davis: Nisu imali formalno obrazovanje. Išli su na kurseve večernje škole za imigrante kako bi naučili engleski. Moj otac je zaista bio izvanredan čovek. Njegov bi život bio sasvim drugačiji u drugim okolnostima. Naporno je radio kako bi izdržavao porodicu, ali je bio vrlo darovit umetnik. Nedavno smo donirali trinaest njegovih slika YIVO institutu za jevrejska istraživanja u New Yorku; formirali su ciklus inspirisan događajima u Evropi tokom Drugog svetskog rata, posebno onim što se događalo Jevrejima.

Pitanje: Spomenuli ste uticaj Emila Posta na vas. Možete li mi reći nešto o njemu i promenama koje su se događale u logici u to vreme, s radom Churcha i Turinga?

Davis: Bože, to je puno! Znate, uredio sam Postova sabrana dela [6] i napisao uvodni članak o njegovom životu i radu. Održao sam govor o njemu ovde na Logičkom kolokviju prije samo nekoliko nedelja. Mogli bismo celi intervju pričati o tome! Ukratko, Post je bio malo stariji od Churcha i svakako stariji od Turinga, pa je došao na te ideje znatno pre njih, ranih 1920-ih. S jedne tačke gledišta, on je zaista otkrio sve glavne rezultate mnogo pre njih.

S druge tačke gledišta, on nikada nije doveo svoje formulacije do tačke u kojoj bi bile prihvatljive za objavljivanje. Postov vlastiti komentar na ovo smatram vrlo dirljivim. Uvek je pisao razglednice ljudima, a jednu je poslao Gödelu ubrzo nakon što su se upoznali. Izvinio se za ono što je smatrao svojim preteranim ponašanjem s Gödelom, a zatim je rekao o svojim ranijim doprinosima: "Najbolje što mogu reći je da bih 1921. dokazao Gödelov teorem da sam bio Gödel."

Pitanje: Znači znao je za Gödelov rezultat, ali ga nije mogao preneti na sebe.

Davis: Problem je bio u tome što je, zapravo, Post naletio na ono što je kasnije nazvano Churchovom tezom ili Church-Turingovom tezom, i nije video kako to valjano obrazložiti. Njegova se formulacija zasnivala na pretpostavci o primenjivosti Principia Mathematica Russella i Whiteheada za sve što bi se moglo uraditi matematički, dok je Gödelova teorema tome delimično protivrečila. Zato je Post odlučio da je ono što je potrebno nešto što je nazvao "psihološka vernost", koja bi na neki način obuhvatila sve procese koje ljudski um može razviti. A onda je jednostavno skrenuo s puta, po mom mišljenju, kako razviti tako nešto. Zapravo, ono što je tražio je ono što je Turing učinio pri analizi pojma računanja, ali to nije pronašao. Post je imao drugih poteškoća. Jedna je bila to što je patio od bipolarne bolesti. Bio je manično-depresivan i imao je epizode koje su bile potpuno iscrpljujuće. Takođe, suočio se s klimom matematičkog mišljenja koje je bilo donekle neprijateljski raspoloženo prema celom poduhvatu matematičke logike. Na primer, neki od važnih rezultata u njegovoj disertaciji nisu bili prihvaćeni za objavljivanje sve dok se konačno nisu pojavili dekadu kasnije, kao studija Anala.

Matematičkom analizom sam se donekle bavio i pre dolaska na City College, pa sam odmah na početku krenuo s izbornim naprednim predmetima. Na mojoj drugoj godini Post je držao kurs teorije realnih varijabli, koji je bio prilično poznat među studentima City Collegea. Ali

zbog rata se nije održao. Tako da je nas petero otišlo do njega i pitalo ga bi li bio voljan održati ga kao ono što se zove neobavezan kurs, zapravo kurs čitanja. Pristao je i sastajali smo se jednom nedeljno na dva sata. Svako od nas petorice bi vam potvrdio da je ovo bilo emocionalno iskustvo!

Pitanje: Zašto?

Davis: Pedagoška metoda je bila sledeća. Imali smo udžbenik, koji je bio grozan; bilo je puno grešaka. Tako je Post pripremio četrdesetak stranica materijala ispravljajući i dopunjavajući tekst. Svake nedelje dobijali smo zadatak za sledeću nedelju u kojem je bila određena količina teksta s popratnim beleškama koje smo morali pročitati, usvojiti i naučiti. Onda bi nas u ta dva sata nasumično pozvao da odemo do table, bez beleški, i izložimo delove teksta. Ovo je bilo jako teško! Ali bio je to odličan trening.

Pitanje: Jesu li neki od ovih pet osim vas otišli u matematiku?

Davis: Svi su.

Pitanje: Pa možda je učinio nešto dobro!

Davis: Pa, u to je vreme talent za matematiku na City Collegeu bio jednostavno neverovatan. Gde god krenete, nalazite matematičare koji su završili City College.

Pitanje: Koga se posebno sećate?

Davis: U grupi je bio Murray Rosenblatt, koji se bavi verovatnoćom u La Jolli. Takođe Gerry Freilich, koji je napisao izvrsnu disertaciju i predavao na Queens Collegeu; Julie Dwork, koja je bila u Burlingtonu; Seymoura Ginsburga, koji je postao računarski naučnik i stručnjak za bezkonteksne jezike. Među ljudima koji su stigli nešto kasnije bili su Donald Newman, Jack Schwartz, Leon Ehrenpreis i Bob Aumann, dobitnik Nobelove nagrade za ekonomiju 2005. godine. Takođe bih trebao pomenuti Johna Stachela, koji je sada Einsteinov stipendist na Univerzitetu u Bostonu. John je bio široko obrazovan fizičar sa snažnim interesovanjem za matematiku. Od njega sam puno naučio o raznim stvarima. Otac mu je bio važan član američke Komunističke partije, što je tih godina bila nezgodna stvar. Tokom McCarthyjevih godina, koje su naravno došle kasnije, John je bio prilično izolovan. Jedan od naših kolega studenata matematike, Herman Zabronsky, napisao je disertaciju na Pennu, a kasnije je dobio posao u nacionalnom laboratoriju, Oak Ridge ili Los Alamos. Oko božićnog praznika vratio se u New York, i gomila nas se nameravala negde okupiti, a on je rekao da John Stachel ne bi trebao da bude tamo. Rekao je: "Ako John Stachel bude tamo, pašću na testu detektora laži"—da vam dam ideju o atmosferi!

Na City Collegeu postojao je obvezni kurs logike i naučne metodologije, koji se održavao na Odseku za filozofiju. Pohađao sam taj kurs na prvoj godini i ispostavilo se da je to bio početni kurs simboličke matematičke logike. Tako sam naučio osnove propozicionog računa i teorije kvantifikacije kao brucš na tom kursu filozofije. Nije bilo nikakve meta-teorije, ali ipak je to značilo da sam vrlo rano znao osnovni materijal. Čitao sam u Bellovom "Development of Mathematics" da je Post u svojoj disertaciji razvio "many-valued" logiku. Znao sam da je radio na području logike. Njegov kurs teorije realnih varijabli svakako se doticao tema bliskih logici. Takođe, čuo sam za Gödela, a u biblioteci City Collegea postojala je kopija - baz sumnje zato što ju je Post tamo stavio - mimeografiranih beleški koje su Kleene i Rosser vodili na Gödelovim predavanjima iz 1934. na Institutu za napredne studije. Beleške su u razumnom

obliku objavljene tek mnogo kasnije, najpre u mojoj antologiji *The Undecidable* [5], a zatim u Gödelovim Sabranim djelima. Ja sam to uzeo iz biblioteke i pokušao shvatiti vrlo rano, i povezo sam sve to s Postom—ne znam tačno zašto ili kako, ali negde usput počeo sam redovno razgovarati s Postom. Dao mi je seriju svojih reprinta. John Stachel i ja pitali smo Posta možemo li s njim održati kurs čitanja matematičke logike. To je bilo na mojoj prvoj godini. Nismo daleko stigli na kursu, jer je Post, nakon nekoliko nedelja imao jedan od svojih slomova. Upravo je došao do važnog otkrića u vezi s neuporedivim stepenima nerešivosti, a uzbuđenje je za njega bilo preveliko i gurnulo ga je u maničnu fazu. Nismo ga više videli nekoliko meseci.

Pitanje: Spominjete Gödela i Posta, koji su imali psihičkih problema. A ima i drugih, na primjer, Cantor. Mislite li da postoji ikakva povezanost između matematike i mentalnih bolesti?

Davis: Verovatno. Čini se da su tome posebno skloni logičari! Zapravo, šalio sam se na tu temu s Johnom Stachelom. Post je izgubio ruku u nesreći u detinjstvu. Hans Reichenbach, koji je bio neka vrsta logičara i filozofa, došao je na City College na jedan semestar kako bi držao neke predmete, a bio je potpuno gluv. Church je imao problema s vidom - imao je lošu kataraktu, koja je u to vreme bila mnogo veći problem nego danas. Dakle, šala je bila da, ako ću biti logičar, možda bih se odmah trebao odreći prsta, umesto nečeg još goreg kasnije! Kad sam diplomirao na City Collegeu, znao sam da želim da budem logičar. Napisao sam seminarski rad za napredni kurs logike na Odsjeku za filozofiju, koji je na neki način bio prvi nacrt dela onoga što je kasnije bila moja disertacija. Otišao sam na Princeton kako bih radio s Churchom, ali na mene je zapravo puno više uticao Post nego Church.

Sukob kultura na Princetonu

Pitanje: Kako vam je bilo kao studentu na Princetonu?

Davis: Bio sam prilično nesrećan tamo, sve u svemu. Recimo da je došlo do vrlo teškog kulturnog sukoba. Odrastao sam u radničkoj jevrejskoj obitelji u Bronxu. U kafeteriji City Collegea imali smo svoj “matematičarski sto” gdje smo raspravljali i učili jedni od drugih. U toj bučnoj atmosferi morali smo glasno govoriti samo da bi nas čuli. Osim toga, u našoj je kulturi glasan glas jednostavno označavao uzbuđenje. Govorio sam na seminaru logike u Princetonu ubrzo nakon što sam stigao. Komentar Leona Henkina na moj govor je bio da je bilo preglasno. Dopustite mi da kažem bez ikakvih detalja da sam svakako osetio sukob kultura. Diplomirao sam za dve godine i bilo mi je drago da odem kad sam završio.

Pitanje: Leon Henkin je u isto vreme tamo bio student?

Davis: Ranije. Bio je postdoktorant na mojoj prvoj godini.

Pitanje: Kakva je osoba bio Alonzo Church?

Davis: Alonzo Church bio je stidljiv, povučen čovek, krajnje pedantan, vrlo kompulzivan u svojim navikama. Poznata, sasvim istinita priča o njemu je kako je svaki dan pre svog predavanja temeljno čistio tablu. Jednog dana neki od nas učenika očistili su tablu pre nego što je ušao. To nije imalo nikakvog uticaja na njegovo ponašanje; očistio ju je na potpuno isti način. Često sam mislio da je, kad je bio mlađi, kad su Kleene i Rosser bili na njegovim predavanjima i kada je razvijao lambda račun, morao imati puno živahniji stil predavanja. Njegov stil predavanja bio je spor, zamorno spor.

Pitanje: Ko je još bio među vašim studentskim kolegama dok ste bili na Princetonu?

Davis: Moj dobar prijatelj iz New Yorka i kasnije cimer, Melvin Hausner, koji je tamo bio student Bochnera, a kasnije mi je bio kolega na NYU. Washnitzer, koji je kasnije bio na fakultetu na Princetonu, bio je stariji student i donekle je delovao kao mentor. Leo Goodman, koji je na Nacionalnoj akademiji, je sociolog i statističar koji je, takođe, bio deo moje klase. I naravno, John Nash je bio kolega student kad sam ja bio tamo. Nismo se uopšte slagali. Ako pogledate Nashovu biografiju Sylvije Nasar [7], dao sam vam kratak uvod.

Pitanje: Pročitao sam knjigu, ali se ne znam što ste hteli reći o Nashu.

Davis: Citira me kako me Nash jednom pitao jesam li odrastao u sirotinjskoj četvrti. Serge Lang takođe je bio kolega student na Princetonu.

Pitanje: Kakav je bio tih dana? Je li bio intenzivan i predan kao kasnije?

Davis: Znao sam da je bio vrlo nestrpljiv da ga Emil Artin uzme kao studenta i bio je jako zabrinut da se to neće dogoditi. S njim sam uvijek imao prijateljske odnose.

Pitanje: Jeste li se za Hilbertov deseti problem zainteresirali dok ste bili postdiplomac? Ili je to bilo ranije?

Davis: Pa, Post je kriv. Važan Postov rad koji je objavljen 1944. pominje Hilbertov deseti problem i kaže da traži dokaz nerešivosti. Veći deo svoje matematičke karijere imao sam ambivalentan odnos prema tom problemu. S jedne strane to me fasciniralo i privlačilo, zavodilo, a s druge strane osećao sam da je to u velikoj meri problem teorije brojeva, a ja nisam bio nikakav teoretičar brojeva. Kad sam bio postdiplomac, stalno sam mislio da se toga trebam kloniti, jer sam trebao napisati disertaciju! Imao sam jednu temu za koju sam znao da će biti laka jer je to bila potpuno netaknuta teritorija - ono što je kasnije nazvano hiperaritmetička hijerarhija - i ta je tema bila jedan dio moje disertacije. Ali disertacija je takođe uključivala moj prvi doprinos Hilbertovom desetom problemu - onome što je kasnije nazvano Davisovom normalnom formom.

Pitanje: Post je rekao da mu je potreban dokaz nerešivosti.

Davis: Nije bilo teško videti.

Pitanje: Zašto je to bilo?

Davis: Pa, ljudi su radili na Diofantovim jednačbama još od Diofanta, i šta je proisteklo? Puno posebnih slučajeva. Ideja da bi trebao da postoji opšti algoritam koji bi vam rekao ima li bilo koja Diofantova jednačba rešenje ili ne? To je super-utopijski. Jednom kada postane moguće smatrati da se problemi te vrste mogu riješiti negativno, Hilbertov deseti problem bio je prirodni kandidat. Kad je Post rekao da traži dokaz nerešivosti, bio je potpuno u pravu, ali to ne znači da neko zna kako konstruisati takav dokaz.

Ono što sam predložio u svojoj disertaciji, i prešao mali put prema dokazivanju, bila je mnogo snažnija tvrdnja iz koje bi sledila nerešivost: da sve što se može učiniti algoritamskim procesom takođe može biti definisano specifičnom Diofantovom jednačinom. Yuri Matiyasevich kasnije je to nazvao "Davisovom hrabrom hipotezom". Imao sam razloga da mislim da bi to moglo biti istina, iako je opšte mišljenje godinama bilo da nije, sve dok to nije

konačno dokazao Jurij koji je dao posljednji korak. Svi su stručnjaci mislili da je to netačno. Ima veze s rekurzivno prebrojivim skupovima, koji su skupovi koje algoritam može ispisati.

Osnovni rezultat iz kojeg sliede rezultati nerešivosti jeste da postoje rekurzivno prebrojivi skupovi koji nisu izračunljivi za koje ne postoji odlučujući algoritam.

Moja je pretpostavka bila da svaki rekurzivno prebrojiv skup ima Diofantovu definiciju. Klasa rekurzivno prebrojivih skupova ima ključno svojstvo da iako je zatvorena prema uniji i presjeku, nije zatvorena prema komplementaciji: Postoji rekurzivno prebrojiv skup čiji komplement nije rekurzivno prebrojiv. Mogao sam dokazati na nekonstruktivan način, a bilo je lako, da Diofantovi skupovi, skupovi koji se mogu definisati Diofantovim jednačinama, imaju ista svojstva: zatvoreni su prema uniji i presjeku, ali ne i prema komplementaciji. To me nateralo na pomisao da bi mogli biti ista klasa - što se pokazalo tačnim.

Pitanje: Ali postojao je skepticizam da je to istina. Što je bio razlog za skepticizam?

Davis: Činilo se kao preterano da nešto tako jednostavno kao što su polinomske jednačine može obuhvatiti celi raspon stvari koje su algoritamske. Deset godina nakon moje disertacije, dokazana je teorema čiji sam autor ja, Hilary Putnam i Julija Robinson [1] kojom je dokazana analogija te pretpostavke za eksponencijalne Diofantove jednačbe—to jest, dokazali smo pretpostavku pod pretpostavkom da dopuštate da jednačine imaju promenjive eksponente. Iz ranijih radova Julije Robinson sledilo je da bi potpuna pretpostavka bila posledica onoga što smo Hilary i ja nazvali "Hipoteza Julije Robinson", da postoji polinomska Diofantova jednačina čija rešenja rastu eksponencijalno kao funkcija. Jurij je konačno dokazao ovu hipotezu deset godina kasnije dajući eksplicitan primer. Georg Kreisel pregledao je naš rad za *Mathematical Reviews*. U svom osvrtu nije mislio da je vredno napomene da smo pokazali da bi moja pretpostavka, a time i nerešivost Hilbertovog desetog problema, sledila iz hipoteze Julije Robinson, ali je izrazio svoje mišljenje da ti rezultati verovatno neće imati bilo kakve veze s Hilbertovim desetim problemom. Možete zamisliti zašto to volim da citiram!

Pitanje: Zašto je u vašu pretpostavku bilo teško poverovati?

Davis: Mogu vam reći koji je bio Kreiselov razlog. Jedna od stvari koja sledi iz moje pretpostavke je da ne samo da se svaki algoritamski proces može definisati Diofantovom jednačinom, već se takođe može definisati Diofantovom jednačinom sa ograničenim brojem varijabli. Zapravo, kasniji rad Julije i Jurija smanjio je broj varijabli na 9. A smatralo se da je takva granica potpuno neverojatna.

Pitanje: Čini se neverovatnim, zar ne? To je stvarno iznenađujuće.

Davis: Da! Poenta je da su ljudi govorili o polinomskim jednačinama, ali ono na što su mislili bile su jednačine stepena možda 3 ili 4, i sa možda četiri ili pet nepoznatih. Ideja jednačine proizvoljnog stepena i proizvoljnog broja nepoznatih - ljudi nisu imali intuiciju niti iskustvo s tim. Bilo je preteško. Hilary Putnam imala je simpatičan trik koji svaki Diofantov skup pretvara u pozitivni dio raspona polinoma. Kad sam razgovarao s teoretičarima brojeva pre Yurijeva rada, rekao bih: "Mislite li da bi prosti brojevi mogli biti pozitivni dio raspona polinoma?" I često bih dobijao odgovor: "Ne, to nije moguće. Daj mi pola sata i dokazaću."

Pitanje: Pola sata! To je sve što su tražili?

Davis: Da!

Pitanje: Ali to je kontraintuitivno, zar ne?

Davis: Da, sigurno je tako!

Pitanje: Što Diofantovim jednačinama daje ovu moć? Kakvo je tu bogatstvo?

Davis: Postoje dva dela tog bogatstva. Postoji bogatstvo koje doseže do eksponencijala, da skup trojki a, b i c takvih da je $a = b^c$, ima Diofantovu definiciju. Logično gledano, to je trebalo biti prvo dokazano, ali je dokazano poslednje. Davnih 1950-tih Julia je počela da radi na tome i pokazala da će to slediti iz onoga što smo Hilary Putnam i ja kasnije nazvali hipotezom Julije Robinson, koja, kao što sam rekao, nije dokazana sve dok to nije učinio Yuri 1970. Drugi deo bogatstva je, nakon što imate rešeno za eksponente, idete do kraja. U slučaju tog prvog rezultata, bogatstvo dolazi od snage Diofantovih jednačina drugog stepena - Pellovih jednačina ili Fibonaccijevih brojeva. Imaju moć pomeranja do eksponenata. Dokaz u radu koji smo nas troje napisali [1] seže do kineske teorema o ostatku. Gödel je prvi upotrebio kinesku teoremu o ostatku kao sredstvo za kodiranje konačnih nizova. To sam koristio u svom rezultatu disertacije, ali nije prošao do kraja. Tehnički gledano, ograničeni univerzalni kvantifikator stajao je na putu definiciji ako neko želi da bude potpuno egzistencijalan. Korišćenje kineske teoreme o ostatku za kodiranje dejstva ograničenog univerzalnog kvantifikatora zahtevalo je neke pametne trikove, a to je ono što smo nas troje razvili. Kad smo Hilary i ja to prvi put pokušali dokazati, naš je dokaz imao veliku grešku jer smo morali pretpostaviti da postoje proizvoljno duge progresije koje se u potpunosti sastoje od prostih brojeva—nešto što su tek pre dve godine dokazali Ben Green i Terence Tao. Da smo tada imali tu teoremu, naš bi dokaz bio savršeno dobar dokaz. Ali u to vreme Julia je bila ta koja je pokazala kako to uraditi bez te tada nedokazane pretpostavke.

Pitanje: Dakle, na kraju je Hilbertov deseti problem rešen vašim radom, Hilary Putnam, Julia Robinson i Yuri Matiyasevich, a vaša je pretpostavka postala DPRM teorem. Tako često u matematici postoje sporovi oko prioriteta. Ali to se nije dogodilo s vama četvoro.

Davis: Upravo je suprotno. Svi se volimo i poštujemo. Valjda smo fini ljudi! Neki ljudi žele rezultat nazvati Matiyasevichevim teoremom, a Yuri inzistira ne, to je DPRM. Drugi ljudi kažu MRDP. Priča koju volim ispričati je o kasnijoj saradnji Julije i Jurija, u kojoj je broj nepoznatih oboren na devet. Kao što sam rekao, nakon što ste imali glavni rezultat, bilo je jasno da postoji granica. Kad biste samo uzeli grubi dokaz, dobili biste procenu od četrdesetak nepoznatih. Julia i Yuri preuzeli su zadatak pokušaja boljeg povezivanja. Objavili su vrlo lep rad u kojem su ga spustili na trinaest. Tada je Yuri, u osnovi koristeći iste metode koje su razvili, ali ih je usavršavao, uspeo smanjiti s trinaest na devet i predložio Juliji da objave zajednički rad. Rekla je: "Ne, nisam imala ništa sa spuštanjem na devet, to je vaš rezultat, vi ga objavite." Rekao je: "Ne, koristi naše metode, neću to objaviti osim ako nećete biti zajednički autor." Ono što se na kraju dogodilo jest da je James Jones dobio dopuštenje od Jurija da uključi dokaz u rad koji je napisao, i tako je dokaz konačno objavljen [2].

Pitanje: Možete li mi reći svoja sećanja na Juliju Robinson, kakva je bila kao osoba?

Davis: Vrlo prijatna, vrlo jednostavna. Široka u svojim interesovanjima, matematičkim i drugim. I velika moć - nema sumnje da je ona bila mnogo moćniji matematičar od mene. Zajedno smo radili na problemu na kojem nismo nigde stigli. Pokušavali smo dokazati nerešivost problema odlučivanja za jednačine sa rečima. Ispostavilo se da to ne bismo ni mogli jer je problem rešiv. Makanin je to rešio pozitivno. To je imalo neobičan odnos s Hilbertovim

desetim problemom, jer su neki od Rusa bili zainteresirani za dokazivanje njegove nerešivosti jer bi njegova nerešivost bila način da se dobije nerešivost Hilbertovog desetog problema, bez dokazivanja moje pretpostavke, za koju su smatrali da je verovatno pogrešna. No zapravo se pokazalo da je s druge strane crte.

Pitanje: Zašto ste mislili da je to nerešivo?

Davis: Ne znam jesmo li mislili da je to nerešivo. Mislili smo da je to možda nerešivo. Kad smo radili na problemu, Julia i ja bismo stajali za tablom na kampusu ovde u Berkeleyu, i jednostavno ste mogli osetiti njenu snagu. Mogli ste osetiti snagu i u njenim radovima, posebno u njenoj disertaciji o definiciji celih brojeva u teoriji racionalnih brojeva—to je doista moćan deo teorije brojeva. To je takođe bilo neistraženo područje. Bila je to vrsta teorije brojeva kojom se niko nije bavio.

Pitanje: Imate li osjećaj da bi neki nerešeni matematički problemi danas mogli biti nerešivi?

Davis: U smislu nepostojanja algoritma? Ne baš. Rekao bih da su sve lake stvari pokupljene. Jedna stvar koja je jasna iz mnogih slučajeva jeste da je granica lukava, kao što je često slučaj s oštrim matematičkim granicama.

Osobito u slučaju Hilbertovog Entscheidungsproblema, granica između slučajeva koji su rešivi i onih koji su nerešivi svodi se na pitanje: Postoje li dva kvantifikatora ili tri? Mislim da niko ne bi pogodio da je započeti s tim da je sa tri kvantifikatora nerešivo, a sa dva rešivo, ali tako je ispalo.

Programiranje ORDVAC-a

Pitanje: Nakon Princetona, 1950., dobili ste posao u Illinoisu, i tada ste počeli programirati. Bili ste jedan od prvih programera na svetu, zar ne?

Davis: Pa, recimo rano, u svakom slučaju. Bio sam istraživački instruktor na Urbana-Champaignu, što je u suštini bila neka vrsta postdoktorata. Predavao sam kurs logike, a drugi semestar je bio o izračunljivosti. Napisao sam knjigu koja je objavljena godinama kasnije, 1958., pod nazivom Izračunljivost i nerešivost, a drugi semestar bio je neka vrsta prvog nacрта te knjige. Deo onoga što sam radio bilo je pisanje programa Turingove mašine na tabli. Edward Moore, kasnije poznat po svom radu na sekvencijalnim mašinama, bio je slušalac kursa. Upravo je bio doktorirao i pridružio se kompjuterskom projektu u Urbana-Champaignu. Pravili su računar, nazvan ORDVAC, jedan iz familije prvih računala nazvanih "johniacs" prema Johnu von Neumannu. Moore je došao nakon jednog od predavanja da mi kaže da se program koji sam napisao na tabli može poboljšati i pokazao mi kako. Rekao je: "Stvarno biste trebali doći preko ulice, imamo jednog tamo!"

Pitanje: Jeste li znali da tamo postoji računar?

Davis: Ne, nisam toga bio svestan. Trebao sam to pratiti, ali nisam. Umesto toga dogodilo se to da sam, kao rezultat Korejskog rata, bio u opasnosti da budem mobilisan. Krenuo je vojni projekt, Laboratorija za sisteme upravljanja, i ja sam dobio priliku da se pridružim, što mi se činilo kao dobar način da izbegnem boravak u vojsci. Naterali su me da pišem programe za ORDVAC. Zapravo, napisao sam program koji je trebao upravljati sa 100 aviona u realnom vremenu!

Naravno, to je bila apsurdna stvar s dostupnom tehnologijom. Ali sam napravio program. Moj kurs informatike sastojao se od petominutnog predavanja Abea Tauba, koji je rekao: "Ovako se programira." Dobio sam von Neumann-Goldstine izvještaje, koji su sadržali mnogo primjera programa.

Pitanje: Kako je bilo programirati na ovom računaru? Što ste morali učiniti?

Davis: Ono što sam morao učiniti je napisati kod na komadu papira olovkom. Sekretarica bi to ukucala na teleprinteru, koji bi proizveo komad izbušene papirne trake na kojoj bi bio kod, a to je bilo ono što je uneseno u računar. Memorija se sastojala od četrdesetak katodnih cijevi, malih TV ekrana.

Na svakom bi se nalazila mreža od 32 x 32 bita. 0 je bila dve točke, a 1 je bila jedna točka. Tako su podaci čuvani kao elektrostatički napon na površini cevi. Ovo je imalo ozbiljan nedostatak da napon ne ostaje isti, već se opada. Tako su imali ono što se nazivalo "read-around", proces kojim se memorija neprestalno čitala i prepisivala. Programeri su morali biti toga svesni, jer kad bi napisali program na takav način da čitač ne bi imao priliku ispraviti memoriju, podaci bi postali nepouzdana. Morali smo izbegavati dugačke petlje u našem kodu.

Pitanje: Je li rad s računarima u to vreme uticao na vaše razmišljanje o čisto matematičkim problemima na kojima ste radili?

Davis: To je uticalo na način na koji sam razmišljao o izračunljivosti. To je svakako uticalo na moju knjigu Izračunljivost i nerešivost [4]. Mnogi ljudi koji su postali informatičari u vrijeme kada još nije bilo informatike rekli su mi da su učili programiranje iz te knjige, iako to nije nikakva praktična knjiga, nego teorijska.

Um i mozak

Pitanje: 1951. otišli ste na Gödelovo predavanje u Providence. Možete li mi reći nešto o ovom predavanju i kako je uticalo na vas?

Davis: Nećete dobiti moje čisto sećanje na predavanje, jer sam od tada tekst pročitao nekoliko puta, nakon što je objavljen u njegovim sabranim delima. Predavanje je sveukupno bilo izvanredno. Bilo je to Gibbsovo predavanje. Gibbs je naravno bio primenjeni matematičar par excellence, a tu je bio i Gödel, koji je dolazio da matematičarima drži predavanja o filozofiji! Rekao je da, ako pogledate njegovu teoremu o nekompletnosti i što ona implicira o matematici i ljudskom umu, suočićete se sa par alternativa. Jedna je da je razmišljanje potpuno mehaničko i da sve radi mozak, u kom slučaju morate misliti da je mozak samo Turingova mašina. Tada bi naše matematičko delovanje bilo podložno teoremi o nekompletnosti i postojale bi istine o teoriji brojeva koje nikada nećemo moći dokazati. Druga alternativa je da ljudski um nadmašuje svaki mehanizam, a to je, naravno, ono u što je Gödel stvarno verovao. Bio je kartezijanski dualista. On je stvarno mislio da um postoji sasvim odvojeno od fizičkog mozga. To su bile dve alternative koje je ponudio. Izašao sam dok mi se vrtelo u glavi.

Pitanje: Šta mislite koja je alternativa istinita?

Davis: Oh, prva. Ja sam mehaničar.

Pitanje: Zašto vam je to tako jasno?

Davis: Mislim da što se više istražuje ljudski mozak, posebno ljudi koji pate od oštećenja mozga ove ili one vrste, to više vidimo da različiti aspekti onoga što smatramo umom stvarno postoje u mozgu. Nedavno sam u New Yorkeru pročitao članak Olivera Sacksa o čoveku koji je imao potpunu amneziju. Jednostavno se nije mogao setiti bilo čega što mu se dogodilo, ali je ipak bio savršeno sposoban da sedne za klavir i svira na visokom profesionalnom nivou. Ljudi kod kojih je corpus callosum, veza između dveju polovina mozga prekinuta, ponašaju se kao da u njihovoj lobanji žive dve različite osobe. Također, postoji opšta istorijska činjenica da je vitalizam kao filozofija bio u povlačenju.

Kad sam bio na City Collegeu, profesor biologije rekao je da ne misli da bi biologija na kraju završila kao fizika i kemija. Ali sada znamo za DNK i gene. A ako mislite da je ljudski um odvojen od mozga, što je s umom šimpanze? Je li to stvarno kvalitativno drugačije? Ili samo postoje neki dodatni mali potprogrami koji nam omogućavaju korišćenje jezika? Jedna od čudnih stvari vezanih uz ovu raspravu o mehanizmu i umu je ta da se čini da ljudi s jedne strane podele uopšte ne mogu razumeti što bi ljudi s druge strane misle. Moj dobri stari prijatelj Raymond Smullyan ne može shvatiti kako razumna osoba može verovati u ono što ja verujem! I teško mi je zamisliti šta on misli.

Pitanje: Posljednjih godina postoje knjige koje se bave ovim pitanjem, na primjer, knjiga Rogera Penrosea [8].

Davis: Bio sam uključen u polemiku s njim u štampi, u publikaciji Behavioral and Brain Science.

Pitanje: Vidim. Penrose je koristio Gödelove ideje kako bi dokazao da um mora biti više od mozga.

Davis: Da. Otišao je mnogo dalje nego što bi Gödel bio spreman. Gödel je barem imao alternativu. Penrose je izvanredan matematičar i fizičar, ali po ovoj temi jednostavno je glup. Neće da sluša što mu mi logičari govorimo. Jednostavno nije istina, kako on tvrdi, da možemo videti istinu koju nijedna mašina ne može vidjeti. Sve što vidimo je da je, ako je određeni sistem dosledan, neka tvrdnja je istinita. Ali vaša omiljena mašina može vidjeti istu takvu implikaciju. Teško je znati koji su formalni sistemi dosledni. Usput možete pronaći formalne sisteme koje su predložili prvorazredni logičari za koje se pokazalo da su nedosledni, počevši od Fregea pa do Churcha, Quinea, Rossera i drugih. Zato je pretpostavka da nekako stvarno možemo reći je li formalni sistem dosljedan neopravdana. Turing se pitao o tome još ranije, u svom poznatom članku o tome mogu li računari misliti [11]. Način na koji je to rekao jeste da se mašini mora dopustiti da greši baš kao što greše ljudi matematičari. To je bio njegov način da kaže da bi formalni sistem mogao biti nedosledan, i tražio je "fair play" za računare!

Pitanje: Od 1952. do 1954. proveli ste na Institutu za napredne studije u Princetonu. Jeste li u to vreme imali mnogo kontakta s Gödelom?

Davis: Razgovarao sam sa njim dvaput. Jednom, da mu ispričam nešto na čemu sam radio, a za što on nije pokazao ni najmanje zanimanje. Drugi put s Johnom Shepherdsonom, Englezom i njegovom suprugom Virginijom. logičarom koji je i tada bio na Institutu. Čuli smo glasine da Gödel ima dokaz o nezavisnosti aksioma izbora od aksioma teorije skupova i odlučili smo da zakažemo sastanak da ga pitamo o tome. Ne mogu se setiti detalja sastanka, ali bilo je neugodno i otišli smo bez ikakvih informacija. Jedna osoba s kojom smo bili vrlo prijateljski raspoloženi u Institutu bio je Julian Bigelow, inženjer koji je, gotovo bi se moglo reći,

napravio Johniac računar Instituta pomoću vlastitog lemila. Bio je vrlo zanimljiva osoba. Želeo je premestiti kuću sa tačke A na tačku B u Princetonu. Neki stubovi sa žicama bili su prepreka na putu. Kad je kontaktirao komunalno preduzeće u vezi s privremenim premeštanjem stubova kako bi mogao premestiti kuću, trošak je bio previsok. Dakle, ono što je učinio je da je uzeo ručnu testeru i horizontalno prepолоvio kuću, pomaknuo dva dela odvojeno, a zatim ih spojio velikim ravnim spojnicama!

Pitanje: Nije li to upravo uništilo kuću?

Davis: Očigledno da nije!

Pitanje: Jeste li upoznali von Neumanna?

Davis: Upoznao sam von Neumanna još u Urbani i to je bio jedini put da sam razgovarao s njim. Prisustvovao sam inauguraciji Laboratorija za sisteme upravljanja, bilo je mnogo gostiju, a jedan od njih je bio i von Neumann. Želeo sam da ga upoznam, ali sam bio previše stidljiv da mu priđem. Moja supruga Virginia bila je tu - još nismo bili venčani - i rešila je problem. Napravila mi je viski i sodu koji je bio više skoč nego soda, a nakon toga smo von Neumann i ja divno razgovarali o sunčevim pegama, ledenim dobima i bog zna o čemu! Ali nikad nisam razgovarao s njim u Institutu.

O kulturi u kompjuterskim naukama

Pitanje: Nakon Instituta otišli ste na Kalifornijski univerzitet u Davisu. Obavljali ste razne poslove neko vreme, a onda ste na kraju završili na New York Univerzitetu, gde je odsek za kompjuterske nauke tek počinjao.

Davis: Pa, došao sam na NYU 1965., a Odsek za kompjuterske nauke je osnovan je 1969. i ja sam mu se tada pridružio.

Pitanje: Čuo sam kako ljudi govore da je šteta što su se odseci za informatiku u ovom trenutku odvojili od odseka za matematiku. Svedočili ste tome što se događa na NYU. Mislite li da su trebali ostati zajedno?

Davis: Ne, ne bi uspelo. To je stvarno druga kultura. Ima stvari u kulturi koje mi se ne sviđaju, ali ona je drugačija. Način na koji teorijski i pragmatički deo predmeta međusobno deluju vrlo je različit od načina na koji primenjena matematika klasične vrste komunicira s čistom matematikom. Na NYU smo bili uključeni u pronalaženje našeg puta kao zaseban odsek. Naravno, jako smo dobro znali da je matematička moć ljudi na Institutu Courant - ljudi poput Nirenberga, Laxa i Varadhana i tako dalje - bila vrlo različitog kalibra od uglavnom mladih ljudi koje smo imali na odseku za informatiku.

Ali ipak, imali smo svoju kulturu i potrebe i morali smo ih uveravati, na primer, da nije primereno da za doktorat student informatike mora položiti ispit iz teorije kompleksnih varijabli.

Pitanje: Koji su aspekti informatičke kulture koji vam se ne sviđaju?

Davis: Posebno mislim na teoretsku informatiku, gdje se polje kreće vrlo brzo, ostavljajući za sobom nerešene probleme, pod pretpostavkom da su problemi nerešivi, budući da se nisu uspeali nositi s problemima godinu ili dve. I idu na drugu temu. Sledeći navike u primenjenijim delovima informatike, intelektualno središte nisu članci, već konferencije. Odbor

za program konferencije - bio sam na jednoj od njih, dobija proširene apstrakte u kojima se navode teoreme, ali se retko dokazuju, i na neki način donose sudovi. A stvari za koje se tvrdi da su dokazane nisu uvijek zapravo dokazane. A ulozi su veliki. Daljnje karijere ljudi mogle bi zavisiti od prihvatanja radova na tim konferencijama. To mi se nije svidelo.

Pitanje: Čini se da je sada nerešen problem u računarskim naukama problem P vs NP. Želite li spekulirati o tome hoće li se i kako to rešiti?

Davis: Imam vrlo nekonvencionalna mišljenja o tome. Uzima se zdravo za gotovo da su P i NP različiti, ali da je ljudima preteško to dokazati. Mislim da je 50-50! Ne bih bio nimalo iznenađen da otkrijem da je P jednako NP. Mislim da su heuristički dokazi koji se daju, kada ih pažljivo pogledate, samo cirkularni. Svakako se slažem da je vrlo malo verovatno da postoje stvarno dobri algoritmi za NP-potpune probleme kao što je problem zadovoljivosti (satisfiability). Ali čini mi se da za izjednačavanje "dobrog" s polinomskom vremenskom izračunljivošću nema dokaza. Ljudi kažu "polinom", ali misle sa eksponentom ne većim od 3. Vidim to kao reprizu situacije s Hilbertovim desetim problemom, gde ljudi nisu mogli da zamisle šta polinom s visokim stepenom može da učini.

Bio sam pozvani govornik prošlog leta na skupu u Lisabonu posvećenom problemu zadovoljivosti logičkih iskaza. U svom sam govoru rekao da bih, da sam mlađa osoba, pokušao pronaći algoritam polinomialnog vremena za problem zadovoljivosti, ne očekujući da će to biti posebno dobar algoritam!

Pitanje: Stvarno!

Davis: Zašto ne? Ne vidim nijedan uverljiv razlog da ga ne bi bilo.

Pitanje: Ali ljudi ne rade na tome s te tačke gledišta. Čini se da ljudi misle da su P i NP različiti.

Davis: Pa, postoji nagrada od milion dolara!

Pitanje: Je li pitanje postoji li algoritam polinomskog vremena ispravan način merenja težine rešavanja problema?

Davis: Pa, to je zapravo pitanje. Svakako, teoretski, klasa stvari za koje postoje algoritmi polinomnog vremena ima dobru osobinu zatvorenosti (closure). Dakle, to je matematički atraktivna klasa problema.

Ali ideja njihovog poistovećivanja s onim što je računarski izvodljivo je, mislim, rezultat gledanja na analogiju s Church-Turingovom izračunljivošću, što je vrlo uspešna formalizacija intuitivnog pojma onoga što je u principu izračunljivo kada ne razmišljate o resursima. Ali po mom mišljenju to jednostavno nije uverljiva analogija.

Na januarskom sastanku [New Orleans Joint Mathematics Meetings, januar 2007.]

Margaret Wright održala je predavanje o linearnom programiranju. Takođe se smatralo da je linearno programiranje nerešiv problem za koji nisu postojali algoritmi sa polinomnim vremenom - sve dok se nisu pojavili algoritmi sa polinomnim vremenom. Prvo je postojala metoda elipsoida koju je pronašao matematičar Karmarkar, zatim metoda unutašnjih točaka. Takođe, jedna od stvari koje je Margaret Wright pokazala je da, u vrlo specifičnim slučajevima kada radite ozbiljno računanje i pokušavate da se nosite sa stotinama hilada

linearnih ograničenja, stari Dantzigov algoritam eksponencijalnog vremena često radi bolje od polinom-vremenskih algoritmi! Tako da jednostavno ne vidim na osnovu čega ljudi mere izvedivost na ovaj način. Nije da se kladim da je P jednako NP. Samo ne mogu videti nikakve uverljive dokaze.

Steve Cook mi je jednom ukazao na podelu između log-prostora na donjem kraju i polinomskog prostora na gornjem kraju. Između postoje klase koje proučavaju teoretski informatičari: P i NP, i cela hijerarhija polinomskog vremena, a zatim PSPACE sedi na vrhu svega toga. Ali jedina dokazana teorema podele je između samog dna i samog vrha. Svi ostali slojevi bi se mogli srušiti, kao što svi znaju. Ali ljudi će objaviti radove koji kažu: "Ako je to i to tako, onda će se hijerarhija polinomskog vremena srušiti na nivou 2" i misliti da su, budući da se to neće dogoditi, u suštini dokazali svoj rezultat.

Pitanje: Mislite li da možda problem jednostavno nije prikazan na ispravan način, s pravom perspektivom?

Davis: Razmišljao sam o tome i pokušao smisliti koje bi moglo biti ispravno gledište, ali nisam ništa smislio! Možda ne postoji pravi pojam izvedivosti, ili možda postoji pojam, ali još nije pronađen.

Kontinuirana misterija: Hipoteza o kontinuumu

Pitanje: Mislite li da će hipoteza o kontinuumu ikada biti rešena?

Davis: Mislim da ima istinitu vrednost, što znači da je to koherentna izjava koja je ili istinita ili lažna. Nemam pojma hoće li ljudska rasa to ikada moći rešiti ili ne. Mislim da ne možemo sve. Ali ne mislim da je loše postavljeno, na način na koji to čini Sol Feferman. Napisao je članak "Trebaju li matematičari novi aksiomi?" [9], u kojem je sugerisao da će konačna sudbina problema kontinuumu biti da se jednostavno smatra nekoherentnim i loše postavljenim. Ako mislite da je univerzum skupova ljudska kreacija i da o njemu nema objektivne istine, onda način na koji Sol razmišlja ima smisla. Ako je svet skupova ljudska tvorevina na način na koji je to drama Hamlet, onda pitanje: "Je li Hamlet bio devica?" možda nema odgovora! Ali ako mislite da postoji nešto objektivno u svemiru skupova, onda će u tom svemiru, bez obzira na to što smo u mogućnosti učiniti, to imati definitivan odgovor.

Pitanje: Mislite li da bi rad ljudi poput Hugh Woodina i Johna Steela na kraju mogao doneti odluku o hipotezi kontinuumu?

Davis: Da, pun sam nade. Pre svega moram reći da ne mogu tvrditi da stvarno razumem na koji način, osim na najneodređeniji način, šta ti ljudi rade. Neizmerno mu se divim, ali mi je vrlo teško pratiti ga u detalje. Ali kao autsajderu, ono što mi pada na pamet je ovo. Pre Paula Cohena, ljudi su mislili da Zermelo-Fraenkel aksiomi uglavnom određuju svet skupova. Znali su za Skolem-Löwenheimovu teoremu, da moraju postojati prebrojivi modeli, ali činilo se da bi to bile samo čudne i posebne stvari. Tada je Paul Cohen izumeo metodu forsiranja i odjednom su Zermelo-Fraenkel aksiomi, umesto da budu poput aksioma, recimo, Euklidske geometrije, postali poput aksioma teorije grupa. Odjednom možete konstruisati modele Zermelo-Fraenkelovih aksioma na bilo koji način, s kakvim god osobinama želite. To je unelo ogromnu fleksibilnost, a postalo velika prepreka u pokušaju rešavanja problema kao što je problem kontinuumu, jer možete prisiliti kontinuum da bude \aleph_{17} ili što god želite. Ali čak i pre Woodin-ovog rada, postojao je takozvani Martinov maksimum, koji je još jedan aksiom

dodat na aksiome teorije skupova, zapravo koji ustvari sprečava delovanje forsiranja. Kada se Martinov maksimum doda Zermelo Fraenkelovim aksiomima, ispada da je kardinalnost kontinuuma \aleph_2 . Ne bih se nimalo iznenadio da prava vrednost doista bude \aleph_2 . To sugerišu neki Woodinov radova, a ja mogu biti dovoljno brzoplet da to kažem, jer, kao promatrač koji pokušava da razume šta se događa, moje mišljenje ne vredi mnogo!

Jedna stvar o kojoj me niste pitali, ali za koju mislim da je veoma važna je sledeća. Znamo, iz teorije, da postoje matematički iskazi koji, formalno gledano, imaju vrlo jednostavan oblik koji uključuje rešivost specifičnih Diofantovih jednačina i koji zahtevaju metode teoriju skupova za njihovo rešavanje. Harvey Friedman je pronašao primere ove vrste s ukusom kombinatorike.

Meni je zaista zanimljivo pitanje: spadaju li neki važni nerešeni problemi koji su stvarno važni matematičarima u tu kategoriju? Jedna od stvari koje je sam Gödel pretpostavio u onom izvanrednom Gibbsovom predavanju bila je da bi Riemannova hipoteza mogla biti takvog karaktera. I to me ne bi ni najmanje iznenadilo.

Pitanje: Dakle, kažete da se Riemannova hipoteza može svesti na pitanje o rešivosti određene Diofantove jednačine?

Davis: Da. Tehnički pojam je ono što logičari nazivaju Π^0_1 propozicijom. To su tvrdnje da je neko odlučivo svojstvo prirodnih brojeva istinito za sve prirodne brojeve. Odlučivo, u smislu da postoji algoritam koji kazuje ima li dati broj traženo svojstvo ili ne. Korišćenjem MRDP teoreme, lako se pokazuje da je svaka Π^0_1 tvrdnja ekvivalentna izjavi koja tvrdi o određenoj polinomskoj jednačini s celobrojnim koeficijentima da ta jednačina nema rešenja među prirodnim brojevima. To je potpuno ekvivalentno prvoj verziji koju sam naveo.

A Riemannova hipoteza svakako je takvog karaktera. Razradili smo to u našem radu [10] sasvim eksplicitno. Imao sam pomoć teoretičara brojeva na NYU, Harolda Shapira, koji me uputio u pravom smeru. Ali svima koji su razmišljali o tome bilo je jasno da Riemannova hipoteza ima karakter Π^0_1 tvrdnje, razmišljajući o ponašanju Cauchyjevog integrala na putanji u okolini nula i aproksimirajući integral na ovaj ili onaj način. Ja sigurno nisam analitičar, ali razlog zbog kojeg mislim da je Riemannova hipoteza dobar kandidat za neodlučivost elementarnim metodama je taj što se nalazi tačno u središtu klasične analize, a napadali su je briljantni matematičari - Paul Cohen potrošio je mnogo vremena na njoj—a čini se da ga postojeće metode jednostavno ne rešavaju. Teško je poverovati da to nije istina. I zašto to ne bi bio jedan od onih stvari koje zahtevaju metode teorije skupova? To bi bilo odlično! Pretpostavimo da neko dokaže da postojanje merljivog kardinala implicira Riemannovu hipotezu. Bi li matematičari to prihvatili kao dokaz Riemannove hipoteze? Postoje li merljivi kardinali nešto je što se ne može dokazati iz Zermelo-Fraenkel aksioma. Dokazi za to su kao dokazi do kojih dolaze fizičari, a ne dokazi koje matematičari obično žele. Nadam se da je jasno da sve ovo predstavljam kao ludu spekulaciju, a ne nešto za što verujem da je istina.

Pitanje: Diofantova jednačina na koju možete svesti Riemannovu hipotezu— kako ta stvar izgleda? Je li užasno komplikovana?

Davis: Naravno.

Pitanje: Dakle, ne možete samo pogledati i dobiti bilo kakvu informaciju.

Davis: Ne. Ono što ja kažem je, ovo je jednačina koju samo njena majka može voleti.

Dodatak

Tekst pisma Paula Cohena Martinu Davisu, od 27. studenoga 1963.:

Dragi Martine, neko sam vreme razmišljao o tome da ti pišem, ali nikad nisam stigao. Prvo, nadam se da ste dobili primerak pred štampu mog rada. Gödel je predao rad PNAS-u [Proceedings of the National Academy of Sciences] i izlazi u izdanjima za decembar i januar. Zaista bih ti trebao zahvaliti na ohrabrenju koje si mi dao u Stockholmu. Bio si direktno odgovoran za to što sam ponovno pogledao teoriju skupova. Pre sam se osećao prilično nadigrano i čak poniženo od strane logičara s kojima sam razgovarao. Naravno, problem koji sam rešio nije imao mnogo veze s mojom izvornom namerom. Međutim, u retrospektivi, osnovne ideje koje sam prethodno razvio odigrale su veliku ulogu kada sam počeo razmišljati o odbacivanju Aksiom izbora, kao što sam pre razmišljao o odbacivanju dokaza kontradikcijom. Primio sam dva pisma od A. Edelsona iz Technical Publishing Co. Nisam odlučio šta da učinim u vezi sa knjigom i zato ti ne mogu puno reći u ovom trenutku. Šta misliš, šta bih trebao da obradim u knjizi? Kako je Newman? Biću u Miamiju u januaru, a zatim u NY pa ćemo se tada sigurno videti.

Pozdrav svima. S poštovanjem, Paul Cohen

Literatura

- [1] Martin Davis, Hilary Putnam i Julia Robinson, Problem odlučivanja za eksponencijalne Diofantove jednačbe, *Ann. matematike.* (2) 74 (1961), 425–436.
- [2] JP Jones, Univerzalna Diofantova jednačba, *J. Symbolic Logic* 47 (1982), 549–571.
- [3] Martin Davis, *Izračunljivost i nerješivost*, McGraw Hill, 1958.; reprint izdanje s dodatnim dodatkom, Dover, 1982.
- [4] Martin Davis, *Univerzalno računalo: Put od Leibniza do Turinga*, WW Norton, 2000. (također izdano kao meki uvez 2001. pod naslovom *Engines of Logic*).
- [5] Martin Davis, urednik, *The Undecidable: Basic Papers on Undecidable Propositions, Unsolvability Problems and Computable Functions*, Raven Press, 1965.; ispravljeno ponovno tiskano izdanje, Dover, 2004.
- [6] Emil L. Post, *Rješivost, dokazivost, odredivost: Sabrana djela Emila L. Posta*, uredio i s uvodom Martin Davis, *Contemporary Mathematicians*, Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 1994.
- [7] Sylvia Nasar, *Lijepi um*, Simon & Schuster, 1998. [8] Roger Penrose, *The Emperor's New Mind: Concerning Computers, Minds, and the Laws of Physics*, Oxford University Press, 1989.
- [9] Solomon Feferman, *Trebaju li matematičari novi aksiomi?*, *Amer. matematika Mjesečnik* 106 (1999), br. 2, 99–111.
- [10] Martin Davis, Yuri Matijasevič i Julia Robinson, *Hilbertov deseti problem: Diofantove jednačbe: pozitivni aspekti negativnog rješenja*, u *Matematički razvoj koji proizlazi iz Hilbertovih problema*, *Proc. Sympos. Pure Math.*, AMS, 1976.

[11] AM Turing, predavanje Londonskom matematičkom društvu, 20. veljače 1947., strojopis na <http://www.turing archive.org>, točka B/1; tekst u The Collected Works of AM Turing: Mechanical Intelligence (DC Ince, ur.), North-Holland, 1992.